

36. Clasificar la cuádrica $x^2+3y^2+6z^2+2xy-2xz+6yz-4=0$. Hallar la intersección de dicha superficie con el plano que pasa por el punto $(1,2,1)$ y es perpendicular a la recta $r \equiv \begin{cases} x+y=1 \\ x-z=2 \end{cases}$.

$$(1 \ x \ y \ z) \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & -1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$$

A

Inv. proyectivo: $|A| = -4 \cdot (-6) - 3 \cdot 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 24 - 18 = 6 > 0$

Inv. afín: $K = |A_{00}| = \begin{vmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -4 \cdot (-6) - 3 \cdot 3 = 6 > 0$

Inv. cuadrático: $J = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 9 + 7 + 2 = 18 > 0$

Inv. métrico: $I = 1 + 3 + 6 = 10 > 0$

Ec. característica: $s^3 - I s^2 + J s - K = 0$

$$s^3 - 10s^2 + 18s + 6 = 0.$$

$$F(s) = s^3 - 10s^2 + 18s + 6$$

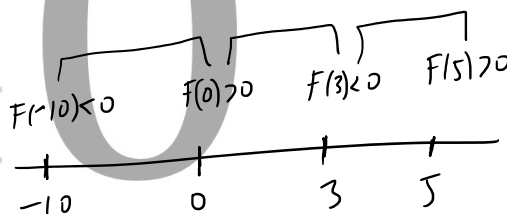
$$F(0) = 6 > 0$$

$$F(-10) = -1000 - 1000 - 180 + 6 < 0$$

$$F(10) = 1000 - 1000 + 180 + 6 = 186 > 0$$

$$F(5) = 125 - 250 + 90 + 6 > 0$$

$$F(3) = 27 - 90 + 54 + 6 = -3 < 0$$



$$\Rightarrow \begin{aligned} &F(-10) \cdot F(0) < 0 \quad \text{tu. Bolzano} \quad \exists s_1 \in (-10, 0) \\ &F(0) \cdot F(3) < 0 \quad \Rightarrow \quad s_2 \in (0, 3) \\ &F(3) \cdot F(5) < 0 \quad \Rightarrow \quad s_3 \in (3, 5) \end{aligned} \quad \left| \quad F(s_1) = F(s_2) = F(s_3) = 0 \right.$$

$\Rightarrow$ signature es $\underline{1}$

$|A| = 6 > 0$

$\Downarrow$

Hiperboloide hiperbólico.

+	-	
3	0	$\rightarrow 3$
2	1	$\rightarrow 1$
1	2	$\rightarrow 1$
0	3	$\rightarrow 3$

Hiperbolóide hiperbólico.

$$\Pi \equiv P(1,2,1) \perp r \begin{cases} x+y=1 \\ x-z=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=x \\ y=1-x \\ z=-2+x \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \vec{v}_r(1,-1,1) \\ \vec{v}_\Pi(1,-1,1) \end{matrix}$$

$$\Pi \equiv x-y+z+D=0$$
$$1-2+1+D=0 \rightarrow D=0 \Rightarrow \boxed{\Pi \equiv x-y+z=0}$$

$$\begin{cases} x^2+3y^2+6z^2+2xy-2xz+6yz+6z-4=0 \\ x-y+z=0 \end{cases} \rightarrow \boxed{z=y-x}$$

$$x^2+3y^2+6(y-x)^2+2xy-2x(y-x)+6y(y-x)+6(y-x)-4=$$
$$\cancel{x^2}+\cancel{3y^2}+\cancel{6y^2}+\cancel{6x^2}-\cancel{12xy}+\cancel{12xy}-\cancel{2xy}+\cancel{2x^2}+\cancel{6y^2}-\cancel{6xy}+\cancel{6y}-\cancel{6x}-4=$$
$$9x^2+15y^2-18xy-6x+6y-4=0$$

$$\boxed{\begin{cases} 9x^2+15y^2-18xy-6x+6y-4=0 \\ z=y-x \end{cases}}$$