PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2018–2019

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma. Justifique las respuestas.

OPCIÓN A

EJERCICIO 1

Se consideran las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ -2 & 0 \end{pmatrix} \qquad C = \begin{pmatrix} 7 & -12 & 16 \\ -1 & 7 & 12 \end{pmatrix}$$

a) **(1 punto)** Justifique cuáles de las siguientes afirmaciones son ciertas:

1) $A \cdot A^t$ es una matriz simétrica.

2) $A \cdot A^t + B$ posee inversa.

b) **(1.5 puntos)** Resuelva la ecuación matricial $B \cdot X + A = C$.

EJERCICIO 2

El coste de producción de un bien en una fábrica viene dado por $C(x) = 2(2x-1)^2 + 1$, con $0 \leq x \leq 2$, donde x es la cantidad producida en millones de kilogramos.

a) **(1 punto)** Estudie el crecimiento y decrecimiento de la función $C(x)$.

b) **(0.75 puntos)** Determine la cantidad a producir para que el coste de producción sea mínimo. ¿Cuál es dicho coste?

c) **(0.75 puntos)** Realice un esbozo de la gráfica de la función $C(x)$.

EJERCICIO 3

Una marca de patinetes eléctricos fabrica tres modelos distintos A, B y C. El modelo A supone el 25 % de su producción, el B el 40 % y el resto de la producción corresponde al modelo C. Transcurridos tres meses desde su venta, se comprobó que el 15 % de patinetes del modelo A, el 10 % del B y el 12 % del C había presentado alguna avería. Se elige al azar un patinete de esta marca.

a) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que dicho patinete haya presentado alguna avería.

b) **(0.5 puntos)** Si sabemos que el patinete elegido es del modelo A, ¿cuál es la probabilidad de que no haya presentado avería?

c) **(1 punto)** Calcule la probabilidad de que haya presentado avería o sea del modelo C.

EJERCICIO 4

Las puntuaciones obtenidas por los participantes en un concurso se distribuyen siguiendo una ley Normal de varianza 36 y media desconocida. Se toma una muestra aleatoria de 64 concursantes, cuya puntuación media es 35 puntos.

a) **(1.5 puntos)** Obtenga un intervalo, con un 92 % de confianza, para la puntuación media de los participantes en dicho concurso.

b) **(1 punto)** Calcule el tamaño mínimo de la muestra que se ha de tomar para estimar la puntuación media del total de concursantes, con un error inferior a 2 puntos y un nivel de confianza del 98 %.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD

ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS

CURSO 2018–2019

MATEMÁTICAS APLICADAS A LAS CIENCIAS SOCIALES II

Instrucciones:
a) Duración: 1 hora y 30 minutos.
b) Elija una de las dos opciones propuestas y conteste los ejercicios de la opción elegida.
c) En cada ejercicio, parte o apartado se indica la puntuación máxima que le corresponde.
d) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos.
e) Si obtiene resultados directamente con la calculadora, explique con detalle los pasos necesarios para su obtención sin el uso de la misma. Justifique las respuestas.

OPCIÓN B

EJERCICIO 1

Una empresa comercializa dos tipos de concentrado de café, A y B, que se obtienen a partir de tres tipos de grano: de Colombia, de Etiopía y de Costa Rica. Para elaborar 1 kg de concentrado A se necesitan 4.5 kg de grano de Colombia y 3 kg de grano de Etiopía. Por otra parte, se requieren 7.5 kg de grano de Colombia y 1.5 kg de grano de Costa Rica para elaborar 1 kg de concentrado B. Actualmente la empresa dispone de un máximo de 67.5 kg de grano de Colombia, 30 kg de grano de Etiopía y 9 kg de grano de Costa Rica. Además, se exige que el número de kilogramos de concentrado A producidos debe ser mayor o igual que la mitad de los kilogramos de concentrado B.

a) **(1.75 puntos)** Represente la región factible que describe el problema anterior y determine sus vértices.

b) **(0.25 puntos)** Indique de manera razonada si con las condiciones dadas sería posible producir 7 kg del concentrado A y 5 kg del concentrado B.

c) **(0.5 puntos)** Sabiendo que el beneficio obtenido por la venta de cada kilogramo de concentrado del tipo A es 2 euros y de cada kilogramo del tipo B es 4 euros, ¿cuántos kilogramos del tipo A y cuántos del tipo B se habrán de producir para que el beneficio sea máximo? ¿Cuál es ese beneficio?

EJERCICIO 2

De una cierta función f, sabemos que su función derivada es $f'(x) = 3x^2 - 3$.

a) **(1 punto)** Estudie los intervalos de crecimiento y decrecimiento de f, y calcule la abscisa de sus extremos relativos.

b) **(0.75 puntos)** Determine la curvatura de f y halle la abscisa de su punto de inflexión.

c) **(0.75 puntos)** Calcule la función f, sabiendo que su gráfica pasa por el punto $(-1, 3)$.

EJERCICIO 3

De dos sucesos A y B de un mismo espacio muestral se sabe que:

$$P(A \cap B) = 0.2 \qquad P(A \cup B) = 0.4 \qquad P(A/B) = 0.8$$

a) **(1.2 puntos)** Calcule $P(B)$ y $P(A)$.

b) **(0.5 puntos)** ¿Son los sucesos A y B independientes? Razone la respuesta.

c) **(0.8 puntos)** Calcule $P(A^c \cup B^c)$.

EJERCICIO 4

Se quiere estimar la proporción de enfermos hospitalizados por causas relacionadas con el consumo de tabaco. Para ello se escoge aleatoriamente una muestra de 50 expedientes sanitarios de enfermos hospitalizados, resultando que el 22 % de ellos revelan que la enfermedad fue causada por el tabaco.

a) **(1.5 puntos)** Para un nivel de confianza del 92 %, calcule un intervalo de confianza para la proporción de enfermos hospitalizados por causas relacionadas con el consumo de tabaco.

b) **(1 punto)** Determine cuántos expedientes hay que elegir como mínimo para que, con el mismo nivel de confianza y la misma proporción muestral anteriores, el error que se cometa al estimar la proporción de los enfermos hospitalizados por causas debidas al tabaco sea inferior al 3 %.

PRUEBA DE ACCESO Y ADMISIÓN A LA UNIVERSIDAD
ANDALUCÍA, CEUTA, MELILLA y CENTROS en MARRUECOS
CURSO 2018–2019

MATEMÁTICAS II

Instrucciones: a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.

c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción A

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Dada la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por $f(x) = 6 - \frac{1}{6}x^2$, calcula las dimensiones del rectángulo de área máxima, de lados paralelos a los ejes, inscrito en el recinto comprendido entre la gráfica de f y la recta $y = 0$.

Ejercicio 2.- [2,5 puntos] Determina la función $f\colon (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ sabiendo que es derivable, que su función derivada cumple

$$f'(x) = \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$$

($\ln$ denota la función logaritmo neperiano) y que la gráfica de f pasa por el punto $(1, 0)$.

Ejercicio 3.- Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales

$$\left\{\begin{array}{rcl} x + y + 2z &=& 0 \\ (m+2)x + y - z &=& m \\ 3x + (m+2)y + z &=& m \end{array}\right.$$

(a) [1,5 puntos] Discute el sistema según los valores de m.

(b) [1 punto] Resuelve el sistema, si es posible, para $m = 0$.

Ejercicio 4.- Se consideran los vectores $\vec{u} = (1, 2, 3)$, $\vec{v} = (1, -2, -1)$ y $\vec{w} = (2, \alpha, \beta)$, donde α y β son números reales.

(a) [0,75 puntos] Determina los valores de α y β para los que $\vec{w}$ es ortogonal a los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

(b) [0,75 puntos] Determina los valores de α y β para los que $\vec{w}$ y $\vec{v}$ tienen la misma dirección.

(c) [1 punto] Para $\alpha = 8$, determina el valor de β para el que $\vec{w}$ es combinación lineal de $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

Instrucciones:
a) **Duración: 1 hora y 30 minutos.**
b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**.
c) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, ni gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.
d) En la puntuación máxima de cada ejercicio están contemplados 0,25 puntos para valorar la expresión correcta de los procesos y métodos utilizados.

Opción B

Ejercicio 1.- [2,5 puntos] Se sabe que la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, dada por

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{sen}(x) + ax + b & \text{si} \quad x \le 0 \\ \dfrac{\ln(x+1)}{x} & \text{si} \quad x > 0 \end{cases}$$

(ln denota la función logaritmo neperiano) es derivable. Calcula a y b.

Ejercicio 2.- Sea la función $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por $f(x) = xe^{-x^2}$.

(a) [1,25 puntos] Calcula los puntos de corte de la gráfica de f con los ejes coordenados y los extremos relativos de f (abscisas en los que se obtienen y valores que se alcanzan).

(b) [1,25 puntos] Determina $a > 0$ de manera que sea $\frac{1}{4}$ el área del recinto determinado por la gráfica de f en el intervalo $[0, a]$ y el eje de abscisas.

Ejercicio 3.- [2,5 puntos] Calcula, en grados, los tres ángulos de un triángulo sabiendo que el menor de ellos es la mitad del ángulo mayor y que la suma del ángulo menor y el ángulo mayor es el doble del otro ángulo.

Ejercicio 4.- Considera las rectas $r \equiv \dfrac{x-2}{1} = \dfrac{y-k}{2} = \dfrac{z}{2}$ y $s \equiv \dfrac{x+1}{-1} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{1}$.

(a) [1,5 puntos] Halla k sabiendo que ambas rectas se cortan en un punto.

(b) [1 punto] Para $k = 1$, halla la ecuación general del plano que contiene a r y es paralelo a s.