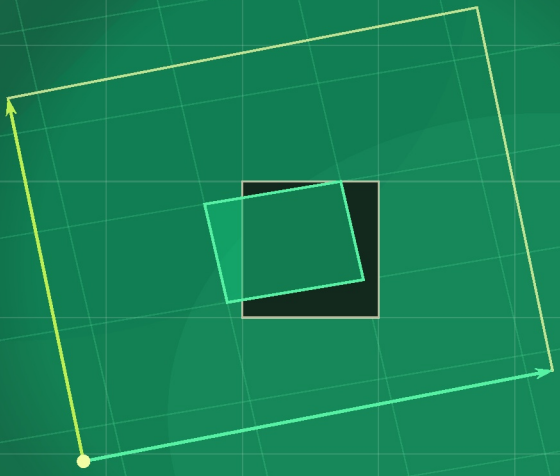
ENSAYO MATEMÁTICO

REDESCUBRIR
EL DETERMINANTE

Una exploración histórica, algebraica y geométrica



J. M. Sánchez Reales

2א0
NTEM
notodoesmatematicas.com

Redescubrir

El determinante

Redescubrir

El determinante

Una exploración histórica, algebraica y geométrica

José María Sánchez Reales

Redescubrir El determinante
Una exploración histórica, algebraica y geométrica

© 2026, José María Sánchez Reales

Todos los derechos reservados. Queda prohibida la reproducción total o parcial de esta obra, por cualquier medio o procedimiento, sin la autorización previa y por escrito del titular de los derechos, salvo en los casos previstos por la ley.

Autor y edición: José María Sánchez Reales
Contacto: notodoesmatematicas@gmail.com
Primera edición, noviembre 2026

ISBN: 978-84-09-92808-8
Depósito legal: AL 1232-2026

Nota del autor

> *«Todo el método consiste en el orden y disposición de aquellas cosas a las que se ha de dirigir la agudeza del espíritu para descubrir alguna verdad. Y lo observaremos exactamente si reducimos las proposiciones complicadas y oscuras gradualmente a otras más simples, y si después intentamos ascender por los mismos grados desde la intuición de las más simples hasta el conocimiento de todas las demás.»*
>
> *— Descartes. Reglas para la dirección de la mente. Regla V.*

El determinante, como concepto, ha quedado reducido (principalmente en la educación secundaria, pero hemos de admitir que también en la educación superior, y salvo muy honrosas excepciones) a un número obtenido mediante una combinación concreta de operaciones sobre los elementos de una matriz cuadrada; su exposición formal suele reforzar esta idea al presentarlo como un operador definido precisamente por esas mismas operaciones.

Cualquiera que haya cursado con cierta solvencia estudios preuniversitarios conoce la herramienta y varias de sus aplicaciones, ya sea presentadas como mecanismos o como fórmulas cerradas. Así, seguro que es capaz de calcular determinantes de orden 2 y orden 3 y, quizá también, de órdenes mayores, por medio de alguna estrategia de reducción. Probablemente los sabe utilizar para analizar el rango de una matriz o clasificar un sistema de ecuaciones lineales, o simplemente realiza las operaciones adecuadas cuando calcula un producto vectorial o un producto mixto. Si, además, ha estudiado álgebra lineal, una asignatura que generalmente aparece en los primeros cursos universitarios de cualquier carrera de ciencias o tecnologías, habrá profundizado algo más en su manejo, dotando de rigor formal lo que antes era simplemente un procedimiento que funcionaba.

Además, a poco que haya indagado en diferentes manuales para la preparación de la materia, habrá advertido una organización bastante cerrada y mecanizada de sus contenidos, casi siempre (dejémoslo en el 99,9 % de las ocasiones para no pecar de absolutistas) en cinco

bloques: matrices, determinantes, sistemas, espacios vectoriales y aplicaciones lineales. Esta secuenciación ilustra suficientemente lo que a día de hoy se entiende por determinante: un «número» o «unas operaciones» asociados a una matriz y que permiten estudiar sistemas, subespacios vectoriales y aplicaciones lineales.

Bien, nos hemos «inventado» una herramienta y parece que funciona. Hemos definido un concepto que ha resultado útil para muchas aplicaciones. Y hasta aquí todo bien; para la mayoría, esto es suficiente: necesito resolver un problema, dispongo de una herramienta, lo resuelvo. Fin.

Pero donde hay una mayoría también hay una minoría que no se conforma con un conocimiento utilitarista y busca una explicación, una interpretación, un porqué. ¿Por qué un determinante se define de esta manera? ¿Por qué se realizan las operaciones en ese orden concreto y no en otro? ¿A qué mente enferma se le ocurre sumar todos los productos de elementos de una matriz indexados por permutaciones y asignarles el signo correspondiente? ¿No son estos comportamientos puramente arbitrarios?

En este sentido, hay algunas personas inquietas que, en la búsqueda de respuestas a estas cuestiones, terminan confundiendo, a mi juicio, como decía Descartes, verdad con complejidad [1], conformándose con traducir definiciones semánticas simples a formulaciones particulares, expresadas con notaciones propias de ramas más avanzadas de las matemáticas, que añaden precisión al contexto y formalidad al lenguaje, pero que en ningún caso resuelven el problema. Y si no, que me digan a mí qué aclara

$$\det(A) = \sum_{\sigma \in S_n} \operatorname{sgn}(\sigma) \prod_{i=1}^{n} a_{i,\sigma(i)}$$

más allá de alimentar nuestro ego cuando decimos que un determinante *no es más que* «la suma de todos los productos que pueden formarse a partir de una matriz tomando exactamente un elemento

[1] En *Reglas para la dirección de la mente*. Regla IX. «Sin embargo, la mayor parte de los mortales adolece del defecto de que, si alguna vez ven una verdad directa y fácil, la pasan por alto como si no tuviera valor, y prefieren admirar las razones sublimes u oscuras de algunos filósofos; *no ciertamente porque crean que apoyarse en ellas es más seguro, sino porque les parecen más sublimes*, y juzgan que parecen más sabios quienes no se ejercitan en cosas tan sencillas.»

de cada fila y uno de cada columna, y asignando a cada producto un signo positivo o negativo según si la disposición elegida requiere un número par o impar de reordenaciones».

No buscamos definiciones complejas ni saber cómo se define un determinante o para qué sirve. Esto ya lo sabemos. Buscamos comprender *qué es*. Y eso es lo que haremos en las siguientes páginas. Partiendo de una meta conocida, utilizaremos todos los conocimientos a nuestro alcance para redescubrir el concepto de determinante y dotarlo de un sentido profundo que nos permita ampliar nuestro horizonte interpretativo.

Con este objetivo hemos dividido los contenidos de este libro en cinco capítulos. Empezaremos con un repaso de los hitos más importantes del desarrollo histórico del concepto, permitiendo que salgan a la superficie algunas ideas que en su tiempo se contemplaron y que han quedado enterradas por el enfoque utilitarista de la formación académica actual. Luego, en el apartado 2, trataremos de dar sentido a la noción de matriz y recordaremos los fundamentos de la teoría formal. Una vez reinterpretada la matriz como una notación adecuada y refrescados los conceptos elementales del álgebra con los que nos encontraremos a menudo a lo largo del texto, recorreremos, en los apartados 3 y 4, un camino análogo al que podemos imaginar que recorrieron Maclaurin, Cramer, Takakazu, Cauchy, Leibniz, Vandermonde o Lagrange, aunque adaptado al lenguaje y la notación de hoy. Mostraremos cómo el concepto de determinante surge del problema de saber cuándo un sistema de ecuaciones lineales tiene o no solución determinada. Por último, exploraremos una interpretación geométrica que, a través de algunos casos particulares, nos permitirá completar el concepto de determinante y reinterpretar sus propiedades.

Índice general

Nota del autor . . . . . **v**

1 Un poco de historia **1**

2 Álgebra lineal **9**
2.1 Sistemas lineales: nociones elementales 11
2.2 Determinantes: nociones elementales 15

3 Solución de un sistema de ecuaciones lineales **21**
3.1 Caso de orden 1 21
3.2 Caso de orden 2 22
3.3 Caso de orden 3 25
3.4 Motivación de la construcción general 31
3.5 Justificación formal de la construcción 35
3.6 Propiedades de la construcción operativa 44
3.7 Coincidencia con el determinante 49
3.8 Propiedades del determinante 52

4 Interpretación geométrica **59**
4.1 Estudio del caso de orden 2 60
4.2 Estudio del caso de orden 3 67
4.3 Interpretación del caso de orden n 77
4.4 Capacidad respecto de bases no canónicas 86
4.5 Propiedades del determinante 91
4.6 Una última observación: el caso de dimensión 1 . . . 105

5 Conclusiones **107**

Notación y terminología **111**

Bibliografía seleccionada **115**

CAPÍTULO 1

Un poco de historia

Lo cierto es que nadie se levanta una mañana y define el determinante. Su definición actual, como la de cualquier otro concepto matemático, es la consecuencia de un camino lleno de motivaciones, necesidades y tanteos.

Conocer la secuencia de acontecimientos que han conducido al descubrimiento y la formalización de un concepto matemático suele ser ilustrativo de su propia naturaleza y de las necesidades que lo motivaron. Esto sucede, si cabe en mayor medida, con los determinantes, pues, como señala Miller en su brevísima nota sobre su historia [13],

«*La historia de los determinantes es una parte inusualmente interesante de la historia de las matemáticas elementales [...] muchos escritores actuales han basado sus definiciones de determinante en la existencia de una matriz cuadrada [...] desde este punto de vista, un determinante no existe sin su matriz cuadrada [...] y muchos estudiantes consideran la matriz cuadrada como una parte esencial de un determinante*»[1]

La figura 1.1 reúne algunos de los hitos que servirán de referencia durante este recorrido histórico.

Nos tomaremos aquí la libertad de iniciar este recorrido en 1729 de nuestra era, año en que el escocés Colin Maclaurin redactó el manuscrito de la primera parte de su *Tratado de álgebra*. La obra se publicó póstumamente en 1748, dos años después de su muerte, y contiene una regla para sistemas de dos y tres incógnitas, además de indicar cómo continuar en órdenes mayores. El manuscrito fechado en 1729 permite afirmar que Maclaurin conocía entonces el procedimiento que hoy asociamos a Cramer [6, 11]. Así, la solución de la variable y en un sistema de orden dos viene definida por el cociente entre

[1] Traducción propia y abreviada del comienzo del artículo de Miller. Miller distingue entre el valor numérico asociado a una tabla cuadrada y la función polinómica alternante que lo produce; esa distinción explica su cautela al hablar de determinantes antes de la consolidación de la matriz como objeto.

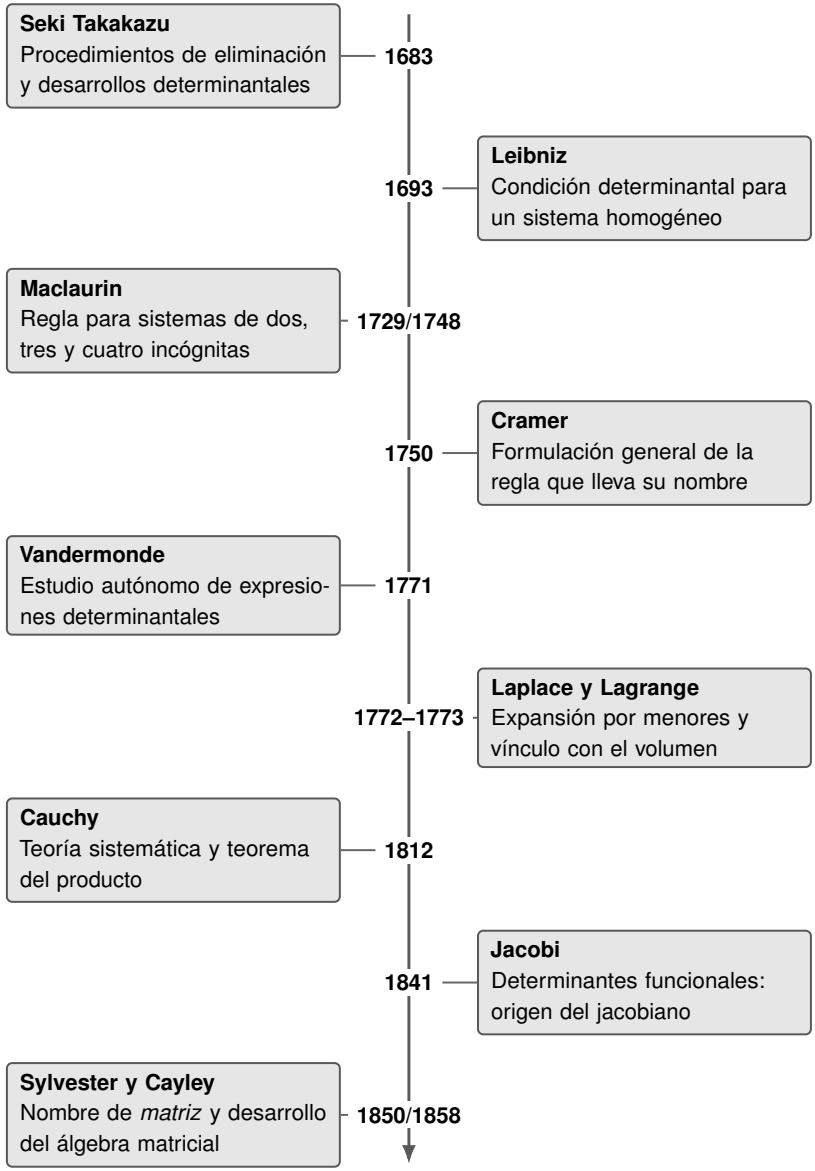


Figura 1.1. Línea del tiempo documental de algunas aportaciones decisivas en la formación de la teoría de los determinantes y las matrices.

CONTENIDO NO MOSTRADO

CONTENIDO NO MOSTRADO

CAPÍTULO 5

Conclusiones

La definición formal caracteriza el determinante como una aplicación multilineal, alternada y normalizada. Esta formulación es precisa, compacta y autosuficiente: determina el objeto y permite desarrollar su teoría. Sin embargo, si se presenta como punto de partida aislado, el determinante puede parecer un objeto abstracto, cerrado y dado de antemano, acompañado por una colección de propiedades cuya necesidad no resulta evidente.

El propósito de este libro no ha sido sustituir esa definición ni construir un determinante diferente. Hemos partido del objeto formal conocido para buscar contextos en los que surja de manera natural y, al hacerlo, dotar de significado a su expresión y a sus propiedades. El recorrido conduce a dos conclusiones fundamentales.

Conclusión 5.1

INTERPRETACIÓN ALGEBRAICA

El determinante no es el coeficiente que queda después de un escalonamiento arbitrario, porque las ecuaciones pueden reescalarse durante el proceso. En nuestra construcción aparece como coeficiente final únicamente cuando la eliminación sigue la normalización recursiva fijada, que puede realizarse sin fracciones mediante divisiones exactas por los pivotes anteriores. Así,

$$\det(A) = D_n(A) = G_n(A),$$

donde $D_n(A)$ es el determinante operativo y $G_n(A)$ es el denominador operativo común determinado por la reducción normalizada. En la versión sin fracciones, las divisiones exactas por los pivotes anteriores hacen que $G_n(A)$ aparezca como coeficiente de la última variable en la última ecuación. Cuando el sistema tiene solución única, esta misma cantidad proporciona un denominador común para todas las componentes de la solución. Cuando

la reducción exige intercambios de filas, esta afirmación incluye la corrección por el signo acumulado: $G_n(A) = \varepsilon m_{nn}^{(n-1)}$.

Esta interpretación explica por qué las operaciones sobre las filas afectan al determinante del modo conocido. Sumar a una ecuación una combinación de las demás no cambia el problema; multiplicarla por un escalar no nulo modifica la escala con la que interviene; intercambiar ecuaciones conserva las soluciones pero introduce un factor -1, que altera el signo salvo en característica 2, durante la eliminación; y una dependencia entre ecuaciones impide obtener un pivote para cada variable. La regla de Cramer deja entonces de aparecer como una fórmula externa: compara la misma construcción operativa aplicada a la matriz de coeficientes y a las matrices en las que se sustituye una columna por la de términos independientes.

Conclusión 5.2

INTERPRETACIÓN GEOMÉTRICA

Si las filas o las columnas de una matriz real de orden n se interpretan como vectores de $\mathbb{R}^n$ expresados en una base ortonormal, el valor absoluto de su determinante es la capacidad euclídea del paralelotopo que generan:

$$C_n(A) = |\det(A)|.$$

Esta capacidad es longitud para $n = 1$, área para $n = 2$, volumen para $n = 3$ y la magnitud análoga en cualquier dimensión. Cuando el determinante es distinto de cero, su signo registra la orientación. Esta orientación es relativa a la orientación de referencia fijada por la base elegida.
Si $A_{\mathcal{B}}$ es la matriz de coordenadas respecto de una base no ortonormal $\mathcal{B}$, $|\det(A_{\mathcal{B}})|$ no es directamente la capacidad euclídea del paralelotopo. Es su capacidad relativa, es decir, la razón entre esa capacidad euclídea y la capacidad del paralelotopo fundamental de $\mathcal{B}$.

También desde esta perspectiva las propiedades dejan de ser reglas arbitrarias. La dependencia lineal aplasta el paralelotopo en una dimensión menor; el escalado de un vector multiplica su capacidad

por el valor absoluto del factor de escala; sumar a un vector un múltiplo de otro produce una cizalladura que conserva base y altura; el intercambio de dos vectores invierte la orientación; y el producto de transformaciones compone sus factores de cambio de capacidad.

Dos interpretaciones de un mismo objeto

Las dos conclusiones convergen en un mismo determinante. El teorema de coincidencia del capítulo algebraico y la generalización geométrica del capítulo geométrico conducen al mismo objeto formal:

$$\boxed{G_n(A) = D_n(A) = \Delta_n(A), \qquad C_n(A) = |\Delta_n(A)|}.$$

En la segunda igualdad, $C_n(A)$ designa la capacidad euclídea cuando los vectores se expresan en una base ortonormal. Si se emplea una base arbitraria, $|\Delta_n(A)|$ expresa la capacidad relativa medida en unidades del paralelotopo fundamental de esa base.

La primera igualdad sitúa el determinante dentro del proceso de resolución de un sistema; la segunda lo sitúa en la medida de un objeto geométrico. Una perspectiva explica cómo se combinan los coeficientes y la otra qué efecto produce esa combinación sobre la capacidad y la orientación.

Esta convergencia es el sentido de *redescubrir* el determinante. La definición formal continúa siendo el punto de referencia exacto, pero deja de ser una fórmula aislada. Ahora puede reconocerse como la expresión común de dos fenómenos: la herencia algebraica de los coeficientes durante la eliminación y la medida geométrica de la transformación que esos mismos coeficientes representan.

Notación y terminología

Matrices y sistemas lineales

$\mathbb{K}$**.** Cuerpo de escalares sobre el que se consideran las matrices y los sistemas.

$M_{m\times n}(\mathbb{K})$**.** Conjunto de matrices de m filas y n columnas con elementos en $\mathbb{K}$.

$M_n(\mathbb{K})$**.** Conjunto de matrices cuadradas de orden n con elementos en $\mathbb{K}$.

$A = (a_{ij})$**.** Matriz A cuyo elemento situado en la fila i y la columna j es a_{ij}.

F_i **y** E_i**.** Fila i de una matriz y ecuación i de un sistema, respectivamente.

$A\vec{x} = \vec{b}$**.** Forma matricial de un sistema lineal, donde

$$\vec{x} = (x_1, \ldots, x_n)^\mathsf{T}, \qquad \vec{b} = (b_1, \ldots, b_n)^\mathsf{T}.$$

También se utilizan X y B para designar estas matrices columna.

A^T**.** Matriz traspuesta de A.

I_n**.** Matriz identidad de orden n.

0**.** Matriz, vector o escalar nulo, según el contexto.

A_{x_j}**.** Matriz obtenida al sustituir en A la columna de coeficientes de la incógnita x_j por la columna de términos independientes $\vec{b}$.

$\widetilde{A} = (\widetilde{a}_{ij})$**.** Matriz de coeficientes del subsistema obtenido después de una etapa de eliminación.

A'**.** Matriz resultante de aplicar una transformación a A.

Transformaciones y pivotes

Símbolo $\hookrightarrow$**.** Indica la sustitución de una fila o ecuación por la expresión situada a la derecha del símbolo.

Transformación de Gauss o transformación sin fracciones. Si $a_{ii} \neq 0$ es el pivote y se desea anular a_{ji},

$$F_j \hookrightarrow a_{ii}F_j - a_{ji}F_i.$$

Transformación normalizada de Gauss o transformación con fracciones. Si $a_{ii} \neq 0$ es el pivote y se desea anular a_{ji},

$$F_j \hookrightarrow F_j - \frac{a_{ji}}{a_{ii}}F_i.$$

Pivote p_k**.** Coeficiente principal utilizado en la etapa k de la reducción.

ε**.** Signo asociado a los intercambios de filas: $\varepsilon = 1$ para un número par de intercambios y $\varepsilon = -1$ para un número impar.

Notaciones del determinante

$\Delta_n(A)$**.** Determinante formal de la matriz A de orden n.

$G_n(A)$**.** Denominador operativo común asociado a la matriz A mediante la reducción normalizada.

$D_n(A)$**.** Determinante definido mediante la construcción operativa: $D_n(A) = G_n(A)$. Tras el teorema de coincidencia,

$$D_n(A) = G_n(A) = \Delta_n(A).$$

$\det(A)$**.** Notación utilizada en esta obra para el determinante de A. Las barras se reservan para el valor absoluto, el módulo o la longitud.

S_n**.** Conjunto de todas las permutaciones de $\{1, 2, \ldots, n\}$.

$\operatorname{sgn}(\sigma)$**.** Signo de la permutación σ: vale 1 si σ es par y -1 si es impar.

M_{ij}**.** Menor complementario asociado al elemento a_{ij}.

C_{ij}**.** Cofactor o adjunto algebraico de a_{ij}:

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}.$$

Notación geométrica

$\mathbb{R}^n$**.** Espacio vectorial real de dimensión n.

$\vec{e}_i$**.** Vector i de la base canónica de $\mathbb{R}^n$.

$|\vec{u}|$**.** Módulo o norma euclídea del vector $\vec{u}$.

$\vec{u} \cdot \vec{v}$**.** Producto escalar de los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$.

$\mathcal{A}$**,** $\mathcal{V}$ **y** C_n**.** Área, volumen y capacidad n-dimensional, respectivamente. La capacidad es la generalización en dimensión n de la longitud, el área y el volumen.

Paralelotopo. Objeto n-dimensional generado por n vectores. En dimensiones 2 y 3 recibe los nombres de paralelogramo y paralelepípedo, respectivamente.

$C_n(A)$**.** Capacidad euclídea del paralelotopo asociado a una matriz real A cuyas filas o columnas se interpretan como vectores expresados en una base ortonormal:

$$C_n(A) = |\det(A)|.$$

Cuando la matriz considerada queda clara, se escribe simplemente C_n.

Capacidad orientada. Interpretación del determinante con signo. El valor absoluto $|\det(A)|$ mide la capacidad del paralelotopo y el signo de $\det(A)$ indica si el orden de sus vectores conserva o invierte la orientación de referencia.

Bases y cambios de coordenadas

$\mathcal{C}$**.** Base canónica. Su paralelotopo fundamental tiene capacidad euclídea 1 y fija la orientación positiva de referencia.

$\mathcal{A}$ **y** $\mathcal{B}$**.** Bases arbitrarias. Las letras caligráficas designan las bases; las letras matriciales se reservan para las matrices formadas por coordenadas.

Paralelotopo fundamental de una base. Paralelotopo generado por los vectores de la base. Actúa como unidad de capacidad cuando las coordenadas se expresan respecto de ella.

B**.** Matriz que contiene por filas las coordenadas canónicas de los vectores de la base $\mathcal{B}$.

$C_{\mathcal{B}}$**.** Capacidad euclídea del paralelotopo fundamental de $\mathcal{B}$:

$$C_{\mathcal{B}} = |\det(B)|.$$

En dimensión 2 se utiliza también $\mathcal{A}_{\mathcal{B}}$ para su área.

$A_{\mathcal{B}}$ **y** A_C**.** Matrices de coordenadas, respecto de $\mathcal{B}$ y de la base canónica C, de los vectores que generan un mismo paralelotopo. Como los vectores se disponen por filas,

$$A_C = A_{\mathcal{B}} B.$$

$|\det(A_{\mathcal{B}})|$**.** Capacidad relativa del paralelotopo descrito por $A_{\mathcal{B}}$, medida en unidades del paralelotopo fundamental de $\mathcal{B}$:

$$|\det(A_{\mathcal{B}})| = \frac{C_n}{C_{\mathcal{B}}}.$$

La capacidad euclídea se recupera mediante

$$C_n = |\det(A_{\mathcal{B}})||\det(B)|.$$

$\vec{x}_{\mathcal{A}}$ **y** $\vec{x}_{\mathcal{B}}$**.** Coordenadas de un mismo vector respecto de las bases $\mathcal{A}$ y $\mathcal{B}$. Si las filas de $A_{\mathcal{B}}$ son las coordenadas respecto de $\mathcal{B}$ de los vectores de $\mathcal{A}$, se emplea la convención de vectores fila y se cumple

$$\vec{x}_{\mathcal{B}} = \vec{x}_{\mathcal{A}} A_{\mathcal{B}}, \qquad \vec{x}_{\mathcal{A}} = \vec{x}_{\mathcal{B}} A_{\mathcal{B}}^{-1}.$$

$A_{\mathcal{B}}^{-1}$**.** Matriz cuyas filas contienen las coordenadas respecto de $\mathcal{A}$ de los vectores de $\mathcal{B}$. Las capacidades relativas medidas en los dos sentidos son recíprocas:

$$|\det(A_{\mathcal{B}})| = \frac{C_{\mathcal{A}}}{C_{\mathcal{B}}}, \qquad |\det(A_{\mathcal{B}}^{-1})| = \frac{C_{\mathcal{B}}}{C_{\mathcal{A}}}.$$

Bibliografía seleccionada

Historia de los determinantes y las matrices

[1] Boyer, C. B. (1968), *A History of Mathematics*, Nueva York, Wiley.

[2] Brezis, H., Mawhin, J. y Mironescu, P. (2024), "A Brief History of the Jacobian", *Communications in Contemporary Mathematics*, 26(2), art. 2330001.

[3] Cauchy, A.-L. (1815), "Mémoire sur les fonctions qui ne peuvent obtenir que deux valeurs égales et de signes contraires par suite des transpositions opérées entre les variables qu'elles renferment", *Journal de l'École polytechnique*, cahier 17, t. 10, pp. 29–112.

[4] Cramer, G. (1750), *Introduction à l'analyse des lignes courbes algébriques*, Ginebra, Frères Cramer y Claude Philibert.

[5] Germain, S. (1879), *Œuvres philosophiques de Sophie Germain*, edición de H. Stupuy, París, Paul Ritti.

[6] Hedman, B. A. (1999), "An Earlier Date for 'Cramer's Rule"', *Historia Mathematica*, 26, pp. 365–368.

[7] Higham, N. J. (2008), "Cayley, Sylvester, and Early Matrix Theory", *Linear Algebra and its Applications*, 428, pp. 39–43.

[8] Jacobi, C. G. J. (1841), "De formatione et proprietatibus determinantium", *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 22, pp. 285–318.

[9] Jacobi, C. G. J. (1841), "De determinantibus functionalibus", *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 22, pp. 319–352.

[10] Kosinski, A. A. (2001), "Cramer's Rule Is Due to Cramer", *Mathematics Magazine*, 74(4), pp. 310–312.

[11] Maclaurin, C. (1748), *A Treatise of Algebra*, Londres, A. Millar y J. Nourse.

[12] Mikami, Y. (1914), "On the Japanese Theory of Determinants", *The American Mathematical Monthly*, 21(1), pp. 9–15.

[13] Miller, G. A. (1930), "On the History of Determinants", *The American Mathematical Monthly*, 37(5), pp. 216–219.

[14] Muir, T. (1906), *The Theory of Determinants in the Historical Order of Development*, Londres, Macmillan.

[15] O'Connor, J. J. y Robertson, E. F. (s. f.), "Matrices and Determinants", *MacTutor History of Mathematics Archive*, University of St Andrews.

[16] Osada, N. (2018), "Determinants by Seki Takakazu from the Group-Theoretic Viewpoint", *Advanced Studies in Pure Mathematics*, 79, pp. 83–99.

[17] Smith, D. E. y Mikami, Y. (1914), *A History of Japanese Mathematics*, Chicago, Open Court.

[18] Sylvester, J. J. (1850), "Additions to the Articles 'On a New Class of Theorems' and 'On Pascal's Theorem"', *Philosophical Magazine*, 37, pp. 363–370.

[19] Ycart, B. (2013), "A Case of Mathematical Eponymy: the Vandermonde Determinant", *Revue d'histoire des mathématiques*, 19(1), pp. 43–77.

Álgebra lineal, determinantes y eliminación

[20] Axler, S. (2024), *Linear Algebra Done Right*, 4.ª ed., Cham, Springer.

[21] Bareiss, E. H. (1968), "Sylvester's Identity and Multistep Integer-Preserving Gaussian Elimination", *Mathematics of Computation*, 22(103), pp. 565–578.

[22] Friedberg, S. H., Insel, A. J. y Spence, L. E. (2014), *Linear Algebra*, 4.ª ed., Pearson.

[23] Sylvester, J. J. (1851), "On the Relation between the Minor Determinants of Linearly Equivalent Quadratic Functions", *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 4.ª serie, 1(4), pp. 295–305.

Interpretación geométrica

[24] Artin, E. (1957), *Geometric Algebra*, Nueva York, Interscience.

[25] Banchoff, T. y Wermer, J. (1992), *Linear Algebra Through Geometry*, Nueva York, Springer.

Resignificación algebraica y geométrica del determinante

El determinante ha quedado reducido, tanto en la práctica docente como en los manuales habituales, a un procedimiento operativo asociado a matrices cuadradas. Sin embargo, su génesis histórica responde a la resolución de sistemas de ecuaciones, revelando con posterioridad una rigurosa interpretación geométrica ligada a la medida y al cambio de escala.

Este volumen prescinde del enfoque puramente utilitarista y recorre las dimensiones histórica, algebraica y geométrica del concepto para recuperar su significado ontológico: comprender no solo cómo se calcula y para qué sirve el determinante, sino qué es, por qué adopta su forma y qué expresan realmente sus propiedades.

RECORRIDO DEL ESTUDIO

01 Historia y génesis del concepto
02 Fundamentos de álgebra lineal
03 Construcción desde los sistemas lineales
04 Capacidad, orientación y cambio de base
05 Convergencia de las dos interpretaciones

Dirigido a: estudiantes y aficionados a las matemáticas que disfrutan de la indagación y buscan una comprensión interpretativa y fundamentada de sus conceptos formales.