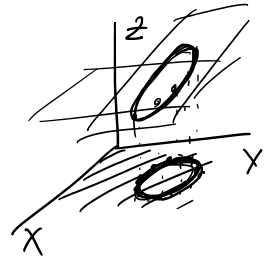


35. La curva intersección de la esfera $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-4=0$ con el plano $x+y-z-1=0$ se proyecta ortogonalmente sobre el plano coordenado XOY. Estúdiese la cónica proyección. ¿Cuál es su ecuación reducida?



$$\left. \begin{aligned} x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z-4=0 \\ x+y-z-1=0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \boxed{z = x+y-1}$$

$$x^2+y^2+(x+y-1)^2-2x-2y-4(x+y-1)-4=0$$

$$\cancel{x^2+y^2} + (\cancel{x^2} + \cancel{xy} - \cancel{x} + \cancel{xy} + \cancel{y^2} - \cancel{y} + \cancel{1}) - \cancel{2x} - \cancel{2y} - \cancel{4x} - \cancel{4y} + \cancel{4} - \cancel{4} = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} 2x^2+2y^2+2xy-8x-8y+1=0 \\ z=x+y-1 \end{aligned} \right. \xrightarrow{z=0} \boxed{2x^2+2y^2+2xy-8x-8y+1=0}$$

$$(1 \ x \ y) \left(\begin{array}{c|cc} & x & y \\ \hline 1 & -4 & -4 \\ -4 & 2 & 1 \\ -4 & 1 & 2 \end{array} \right) \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \end{pmatrix} = 0$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -4 & -4 \\ -4 & 2 & 1 \\ -4 & 1 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad \leftarrow \begin{matrix} \text{Inv. Afin} \\ K \end{matrix}$$

Inv. proy. $|A|$

$$\left. \begin{aligned} |A| = 4 + 16 + 16 - 32 - 1 - 32 = -29 < 0 \\ |B| = 4 - 1 = 3 > 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{Elipse}$$

Inv. métrico $I = 4$

Ec. característica: $s^2 - Is + K = 0$

$$s^2 - 4s + 3 = 0 \quad \left\{ \begin{array}{l} s_1 = 1 \\ s_2 = 3 \end{array} \right.$$

Ec. reducida: $s_1 x^2 + s_2 y^2 + \frac{|A|}{K} = 0$

$$x^2 + 3y^2 = \frac{29}{3}$$

