

36. Clasificar la cuádrica  $x^2+3y^2+6z^2+2xy-2xz+6yz+6z-4=0$ . Hallar la intersección de dicha superficie con el plano que pasa por el punto (1,2,1) y es perpendicular a la recta  $r \equiv \begin{cases} x+y=1 \\ x-z=2 \end{cases}$ .

$$(1 \ x \ y \ z) \begin{pmatrix} -4 & 0 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 3 & 3 \\ 3 & -1 & 3 & 6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ x \\ y \\ z \end{pmatrix} = 0$$

Inv. proyectivo:  $|A| = -4 \cdot (-6) - 3 \cdot 3 \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 24 - 18 = 6 > 0$

Inv. afin:  $K = |A_{00}| = \begin{vmatrix} -4 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 3 \end{vmatrix} = -4(-2) - 0(-3) = 8 > 0$

Inv. cuadrático:  $J = \begin{vmatrix} 3 & 3 \\ 3 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 6 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 9 + 7 + 2 = 18 > 0$

Inv. métrico:  $I = 1 + 3 + 6 = 10 > 0$

Ec. característica:  $s^3 - I s^2 + J s - K = 0$

$$s^3 - 10s^2 + 18s + 6 = 0.$$

$$F(s) = s^3 - 10s^2 + 18s + 6$$

$$F(0) = 6 > 0$$

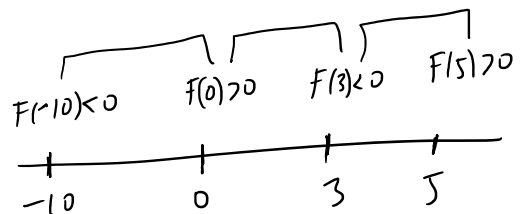
$$F(-10) = -1000 - 1000 - 180 + 6 < 0$$

$$F(10) = 1000 - 1000 + 180 + 6 = 186 > 0$$

$$F(5) = 125 - 250 + 90 + 6 > 0$$

$$F(3) = 27 - 90 + 54 + 6 = -3 < 0$$

tu. Bolzano  $\exists s_1 \in (-10, 0) \mid F(s_1) = 0.$



$\Rightarrow F(-10) \cdot F(0) < 0$  tu. Bolzano  $\exists s_1 \in (-10, 0)$   
 $F(0) \cdot F(3) < 0 \Rightarrow s_2 \in (0, 3)$   
 $F(3) \cdot F(5) < 0 \Rightarrow s_3 \in (3, 5)$

$$F(s_1) = F(s_2) = F(s_3) = 0$$

$\Rightarrow$  signature es  $\underline{1}$   
 $|A| = 6 > 0$   
 $\Downarrow$   
 Hiperboloide hiperbólico.

+	-	
3	0	$\rightarrow 3$
2	1	$\rightarrow 1$
1	2	$\rightarrow 1$
0	3	$\rightarrow 3$

# Hiperboloido hiperbólico.

$$P(1,2,1) \perp r \begin{cases} x+y=1 \\ x-z=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=x \\ y=1-x \\ z=-2+x \end{cases} \rightarrow \begin{matrix} \vec{v}_r(1,-1,1) \\ \vec{v}_H(1,-1,1) \end{matrix}$$

$$\Pi \equiv x - y + z + D = 0$$

$$1 - 2 + 1 + D = 0 \rightarrow D = 0 \Rightarrow \boxed{\Pi \equiv x - y + z = 0}$$

$$\begin{cases} x^2 + 3y^2 + 6z^2 + 2xy - 2xz + 6yz + 6z - 4 = 0 \\ x - y + z = 0 \end{cases} \rightarrow \boxed{z = y - x}$$

$$x^2 + 3y^2 + 6(y-x)^2 + 2xy - 2x(y-x) + 6y(y-x) + 6(y-x) - 4 =$$

$$\cancel{x^2} + \cancel{3y^2} + \cancel{6y^2} + \cancel{6x^2} - \cancel{12xy} + \cancel{12xy} - \cancel{2xy} + \cancel{2x^2} + \cancel{6y^2} - \cancel{6xy} + 6y - 6x - 4 =$$

$$9x^2 + 15y^2 - 18xy - 6x + 6y - 4 = 0$$

$$\boxed{\begin{cases} 9x^2 + 15y^2 - 18xy - 6x + 6y - 4 = 0 \\ z = y - x \end{cases}}$$

