

EXERCICI PRÀCTIC. M1

Problema 1

Els nombres de Fibonacci 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, ... formen una successió anomenada successió de Fibonacci $\{F_n\}$ que es defineix de manera recurrent com

$$F_1 = 1, F_2 = 1 \text{ y } F_n = F_{n-1} + F_{n-2} \text{ para } n \geq 3$$

- Proveu que dos números de Fibonacci consecutius són primers entre si.
- Donada la matriu $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$, demostreu que $A^n = \begin{bmatrix} F_{n+1} & F_n \\ F_n & F_{n-1} \end{bmatrix}$ per a $n \geq 2$
- Comprova que la matriu A de l'apartat anterior és diagonalitzable i calcula la matriu $P \in GL_2(\mathbb{R})$ tal que $P^{-1}AP = D$ on $D = \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix}$ és la matriu diagonal. Utilitza aquest resultat per a obtenir el terme general de la successió $\{F_n\}$ com a fórmula no recurrent (anomenada fórmula de Binet).
- Dedueix dels apartats b) i c) la identitat de Cassini:

$$F_{n+1}F_{n-1} - F_n^2 = (-1)^n$$

Problema 2 Estudia la continuïtat de la funció real de variable real $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{si } x=0 \text{ o } x \text{ es irracional} \\ \frac{1}{q} & \text{si } x = \frac{p}{q} \text{ (irreductible)} \end{cases}$$

Problema 3

En un triangle \widehat{ABC} , suposem que les rectes tangents a la seua circumferència inscrita en B i en C es tallen en un punt P . Demostrar que la recta AP és la simètrica de la mitjana del costat BC respecte de la bisectriu de l'angle \widehat{A} .

Problema 4

El càncer colorectal (CCR) constitueix un problema de salut pública a nivell mundial. Als països membres de la Unió Europea com en la resta dels països desenvolupats representa, en tots dos sexes, el segon càncer més freqüent i una de les principals causes de mort per aquest. Entre les diverses opcions que existeixen, les proves de sang oculta en femta (TSOH) han sigut les primeres a ser avaluades en assajos clínics controlats i els que han rebut una major atenció, atés que, des d'un punt de vista pràctic, el seu baix cost i la facilitat de la seua instauració els converteixen en una opció atractiva per a la detecció del CCR.

En un dels estudis en el qual es va utilitzar aquesta prova diagnòstica, la probabilitat que un pacient amb CCR siga detectat (que la prova siga positiva) és d'un 68 %, i la probabilitat que un pacient que no presente CCR siga detectat (que la prova siga negativa) és d'un 98 %. La Conselleria decideix utilitzar aquesta prova diagnòstica (TSOH) sobre la població pertanyent al departament de Salut 7 (València-La Fé) en el qual la prevalença de càncer de còlon és del 3 %, calcula:

- a) La probabilitat que en aplicar la prova a un pacient amb CCR, el resultat siga positiu.
- b) La probabilitat que, si en aplicar la prova el resultat és positiu, el pacient presente CCR.
- c) La probabilitat que, si en aplicar la prova el resultat és negatiu, el pacient no presente CCR.
- d) Quantes vegades és més probable que el pacient presente CCR si el resultat de la prova és positiu que si no sabem el resultat?
- e) Quantes vegades és més probable que el pacient presente CCR si el resultat de la prova és positiu que si és negatiu?
- f) La unitat d'investigació d'estadístiques sanitàries de l'Hospital Universitari d'Alacant ha decidit aplicar aquesta prova diagnòstica sobre la població que acudeix al servei d'Urgències, en el qual la prevalença de càncer de còlon és del 30 %. Calcula de nou els resultats sol·licitats en els apartats anteriors, i interpreta els resultats.
- g) Eres professor d'un grup de 2n de Batxillerat de Ciències Socials de 30 alumnes/as en un institut de la Comunitat Valenciana dels quals: 4 són repetidors de 2n, i dues alumnes d'altres capacitats que requereix enriquiment curricular. Dissena una intervenció didàctica, a través de la metodologia o metodologies que estimes oportuna, perquè tot l'alumnat del grup pugua resoldre les qüestions plantejades en aquest problema.

NOTA: En epidemiologia, es denomina prevalença a la proporció d'individus d'un grup o una població (en medicina, persona), que presenten una característica o esdeveniment determinat (en medicina, malalties).

PUNTUACIÓ: Si considerem que els quatre problemes es puntuen amb 40 punts, la distribució és la següent: els problemes 1,2 i 3 valen 9 punts i el problema 4, 13 punts.