5. Una prueba de selección en una empresa de análisis de datos consiste en realizar una jornada laboral de 8 horas, donde el aspirante debe emitir los análisis que le solicitan igual que el resto de trabajadores. La empresa sabe que el tiempo estimado por los aspirantes para realizar un análisis sigue una distribución normal con media μ y desviación típica $\dfrac{\mu}{10}$.

   (a) Si la empresa fija como objetivo realizar al menos 100 análisis en una jornada laboral, determine el valor de μ que debería alcanzar un aspirante en su preparación para que no cumpla el objetivo con una probabilidad de 0.025.

   (b) Si se sabe que un aspirante con $\mu = \dfrac{2}{25}$ horas ha alcanzado el objetivo, determine el número máximo de análisis que ha realizado en la jornada laboral con una probabilidad de, al menos, $\dfrac{0.1587}{0.5}$.

$X \equiv$ "tiempo en realizar 1 análisis"

$$X \sim N\left(\mu, \frac{\mu}{10}\right)$$

(a) Objetivo: 100 anal / 8h. $\quad p = 0'975$

T.C.L. $\quad P\left(\overline{X} \leq \dfrac{8}{100}\right) = 0'975$

$$\overline{X} \sim N\left(\mu, \frac{\mu}{100}\right)$$

$$\boxed{\begin{array}{c} X_1, \ldots, X_{100} \text{ v.a.i.i.d } \sim N\left(\mu, \frac{\mu}{10}\right) \\ \xrightarrow{TCL} \overline{X}_{100} \sim N\left(\mu, \frac{\mu}{100}\right) \end{array}}$$

$$Y = \sum_{i=1}^{100} X_i \qquad P(Y \leq 8) = 0'975$$

$X_1, \ldots, X_{100}$ v.a. i.i.d. $\sim N\left(\mu, \frac{\mu}{10}\right)$

$\xrightarrow{T.C.L.} Y = S_{100} \sim N(100\mu, \mu)$

$$\left\{\begin{array}{l} P\left(\overline{X} \leq \frac{8}{100}\right) = 0'975 \\ P(Y \leq 8) = 0'975 \end{array}\right.$$

$\frac{8}{100} - \mu \Big) \quad \Big| \; P\Big(Z \leq \frac{8-100\mu}{\ldots}$

$$P\left(\bar{X} \le \frac{8}{100}\right) = P\left(Z \le \frac{\frac{8}{100}-\mu}{\frac{\mu}{100}}\right) = \boxed{P\left(Z \le \frac{8-100\mu}{\mu}\right)}$$

$$P(Y \le 8) = \boxed{P\left(Z \le \frac{8-100\mu}{\mu}\right)} = 0'975$$

(*) $$P\left(Z \le \underbrace{\frac{8-100\mu}{\mu}}_{1'96}\right) = 0'975$$

$$\frac{8-100\mu}{\mu} = 1'96 \qquad 8 = 101'96\mu$$

$$\mu = \frac{8}{101'96} = \frac{800}{10196} = \frac{400}{5098} = \frac{200}{2549}$$

$$\boxed{\mu \geq \frac{200}{2549}}$$

(b) $\mu = \frac{2}{25}$

$Y \equiv$ "tiempo en realizar 100 análisis"

$$Y \sim N\left(\underbrace{\frac{200}{25}}_{8}, \frac{2}{25}\right)$$

$W \equiv$ "tiempo en realizar n análisis, $n \geq 100$"

$$W \sim N\left(\frac{2}{25}n, \frac{2}{250}\cdot\sqrt{n}\right)$$

$$P(W \le 8 \mid Y \le 8) = \frac{0'1587}{0'5}$$

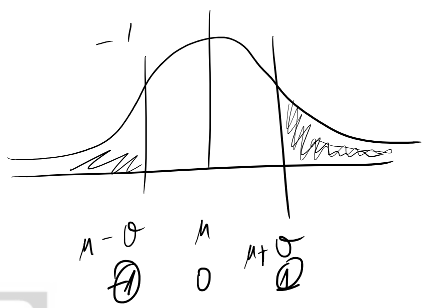
$$\frac{P(W \le 8)}{P(Y \le 8)} = \frac{P\left(Z \le \frac{8-\frac{2}{25}n}{\frac{2}{250}\sqrt{n}}\right)}{P\left(Z \le \frac{8-8}{\ldots}\right)} =$$

1'8% 9'5% 98%

$$\frac{P(\ldots)}{P(X\le 8)} = \frac{\ldots}{P\left(Z\le \frac{8-8}{2/25}\right)} =$$

68% $\mu \pm \sigma$ 95% $\mu \pm 2\sigma$ 99% $\mu \pm 3\sigma$

$$= \frac{P\left(Z\le \frac{8-\frac{2}{25}n}{\frac{2}{250}\sqrt{n}}\right)}{P(Z\le 0)} = \frac{0'1587}{0'5}$$



$$P\left(Z \le \underbrace{\frac{8-\frac{2}{25}n}{\frac{2}{250}\sqrt{n}}}_{-1}\right) = 0'1587$$

$$\frac{8-\frac{2}{25}n}{\frac{2}{250}\sqrt{n}} = -1$$

$$8-\frac{2}{25}n+\frac{2}{200}\sqrt{n}=0$$

$$2000-20n+2\sqrt{n}=0 \qquad t=\sqrt{n}$$

$$-10t^2+t+1000=0$$

$$t=\frac{-1\pm\sqrt{1+40000}}{-20} \approx \frac{-1\pm 200}{-20} = \frac{-201}{-20} =$$

$$= 10'05$$

$$(10'05)^2 = (10+0'05)^2 = 10^2+1+(0'05)^2 \approx 101$$

$$\boxed{n=101}$$